

构造拓扑修形齿面的面齿轮传动主动设计

彭先龙¹, 胡锡文², 方宗德¹

(1. 西北工业大学 机电学院, 西安 710072;

2. 中国核电工程有限公司 化工所, 北京 100840)

摘 要: 为了改善加工参数较少的面齿轮传动的啮合性能,提出了用给定的啮合性能对面齿轮和小齿轮齿面进行拓扑修形设计的方法. 面齿轮用插齿法加工,面齿轮与插齿刀的转角关系由预设的传动误差确定,由此确定面齿轮的拓扑修形齿面. 然后用接触路径的位置及其方向和接触椭圆的大小构造小齿轮的拓扑修形齿面,该齿面用共轭点接触法磨齿加工,建立了小齿轮拓扑修形齿面与加工参数之间的线性方程. 结果表明:齿面接触分析(TCA)获得的传动误差、接触路径与预设的传动误差、接触路径相同,TCA 仿真的椭圆长度与预设椭圆长度相差范围为 0.1752~1.16 mm.

关 键 词: 面齿轮; 啮合性能; 拓扑修形; 主动设计; 齿面接触分析

中图分类号: V261.2⁺7; TH132.41

文献标志码: A

Active design of face gear drive for modifying ease-off topology flank

PENG Xian-long¹, HU Xi-wen², FANG Zong-de¹

(1. School of Mechanical Engineering,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. Chemical Research Institute,

China Nuclear Power Engineering Company Limited, Beijing 100840, China)

Abstract: A method to redesign ease-off topology surfaces of pinion and face gear with given meshing performance was proposed to improve the meshing performances of face gear drives with small number of machining parameters. The face gear could be manufactured through shaping, and the pre-designed transmission errors could determine the relationship between the rotation angle of the shaper and the rotation angle of the face gear, thereby forming ease-off topology flank of the face gear. And then the ease-off topology flank of the pinion was calculated according to the location and direction of the pre-designed contact path and the pre-designed size of contact ellipse; finally, a grinding method of conjugation of point contact was used to obtain the ease-off topology flank of the pinion, while the linear equations between machining parameters and calculated ease-off topology flank of the pinion were deduced. The results show that, the transmission error and contact path simulated by tooth contact analysis (TCA) were the same as the pre-designed transmission error and contact path, with the difference between the length of contact ellipse simulated by TCA and the length of pre-designed contact ellipse from 0.1752 mm to 1.16 mm.

Key words: face gear; meshing performance; ease-off topology; active design; tooth contact analysis

面齿轮已成功地用于直升机的传动系统. 面齿轮传动的主要优势是能够分流功率, 降低齿轮箱的质量, 提高传动比和承载能力^[1-2]. 面齿轮的加工方法, 如插齿法, 插齿刀比小齿轮多1~3个齿, 而铣齿和磨齿中所用刀具的工作曲面则由插齿刀的齿面定义^[3-4], 这些加工方法能够获得局部点接触的面齿轮传动.

为了改善面齿轮传动的啮合性能, 如接触椭圆长轴长度 $2a$ 、接触路径方向 θ 和传动误差 $\Delta\Phi_2$, 这些都对接触应力、弯曲应力和振动有重要影响, Zanzi, Litvin 等^[4-5]提出在面齿轮中应用双向修形小齿轮, 但是抛物线参数需要适当地选择.

为了确定弧齿锥齿轮、准双曲面齿轮和端面蜗杆的机床调整参数并改善这些齿轮传动的啮合性能, Litvin 等提出了局部综合法^[6-7], 但是局部综合法只能预控参考点附近的啮合性能, 因此 CAO、吴训成等^[8-9]在局部综合法的基础上提出了主动设计法. 面齿轮传动中, 无论是小齿轮还是面齿轮的机床调整参数都较少, 通过研究可以证明即使人为添加一些调整参数, 对啮合性能的改变也是有限的, 故局部综合法或主动设计法不适用于面齿轮传动的啮合性能设计. Shih 等^[10-11]通过预设的啮合性能来构造准双曲面、弧齿锥齿轮传动的小齿轮拓扑修形齿面, 最后用敏感性系数矩阵确定小齿轮加工规律, 达到改善啮合性能的目的.

虽然可以用预设啮合性能构造小齿轮或面齿轮的拓扑修形齿面, 但由于面齿轮传动与弧齿锥齿轮传动的差异, 该方法还不能直接用于面齿轮传动的齿面设计中. 因此下文将详细论述通过构造拓扑修形齿面对面齿轮进行主动设计的过程.

1 面齿轮的加工与传动误差

为简单起见, 此处面齿轮用插齿刀加工, 当然也可用文献[12]中的磨齿方法. 用于面齿轮插齿加工的坐标系见文献[1]的第十八章, 但在加工过程中, 插齿刀与面齿轮的转角 φ_s , φ_2 满足如下关系:

$$\varphi_2 = \varphi_{20} + m_{2s}(\varphi_s - \varphi_{s0}) +$$

$$a_1(\varphi_s - \varphi_{s0})^2 + \cdots + a_{n-1}(\varphi_s - \varphi_{s0})^n \quad (1)$$

式中 $\varphi_{20} = m_{2s}\varphi_{s0}$, φ_{s0} 和 φ_{20} 为选定参考点处插齿刀和面齿轮的转角, 满足理论传动比 $m_{2s} = N_s/N_2$, 其中 N_s, N_2 分别为插齿刀和面齿轮的齿数. $a_1, \dots, a_{n-1}$ 为2阶到 n 阶传动误差系数, 根据传动误差设计要求确定. 设 $\mathbf{R}_s$ 是面齿轮齿面位矢

$$\mathbf{R}_2(\theta_s, \varphi_s, u_s) = \mathbf{M}_{2s}(\varphi_s) \cdot \mathbf{R}_s(u_s, \theta_s) \quad (2)$$

式中 $\mathbf{R}_s$ 是插齿刀的位矢, u_s, θ_s 为插齿刀的曲面参数, $\mathbf{M}_{2s}$ 是坐标变换矩阵, φ_s 是加工过程中插齿刀的转角, φ_s 和 u_s 由插齿刀与面齿轮间的啮合方程 $f_{s2}(\varphi_s, u_s, \theta_s) = 0$ 联系.

由于面齿轮的转角与插齿刀的转角之比不是常数, 加工出的面齿轮齿面与理论齿面将存在偏差, 具有这种偏差的面齿轮齿面在本文中称为拓扑修形齿面. 在加工过程中面齿轮按式(1)表示的运动规律旋转, 不会降低面齿轮的加工效率.

2 预设接触路径

假设与面齿轮啮合的小齿轮理论齿面与插齿刀齿面完全相同, 即 $\mathbf{R}_1(u_1, \theta_1) = \mathbf{R}_s(u_s, \theta_s)$, 其中 u_1, θ_1 为小齿轮的曲面参数, 则两者齿数相同.

图1是面齿轮在其旋转投影面上的投影, 预设的接触路径在旋转投影面上为直线 $M_1 M_{2m-1}$, 它与水平线的夹角为 θ , 由 θ 可确定接触路径的方向, 根据啮合性能的设计要求选择. 图1中的 M_i ($i=m$)是选定的参考点, 满足如下方程:

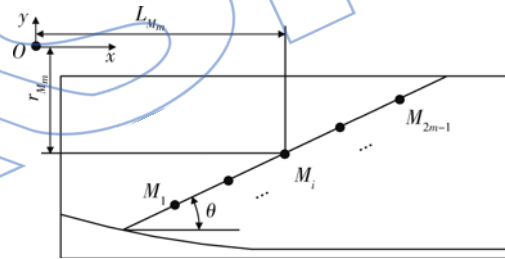


图1 预设的接触路径

Fig. 1 Pre-designed contact path

$$\begin{cases} \sqrt{R_2(1)^2 + R_2(2)^2} - L_{M_m} = 0 \\ R_2(3) - r_{M_m} = 0 \\ f_{2s}(\varphi_s, u_s, \theta_s) = 0 \\ \varphi_{20} = m_{2s}\varphi_{s0} \end{cases} \quad (3)$$

式中 L_{M_m}, r_{M_m} 为在面齿轮旋转投影面上点 M_m 到原点 O 的距离, 是参考点 M_m 的选定值, 点 M_m 可以沿齿高和齿长方向移动, 以获得具有对称性的传动误差. 当 L_{M_m}, r_{M_m} 确定后, 用式(3)的第4式代替式(1), 解式(3)即可解得 φ_{20} 和 φ_{s0} .

预设接触路径 $M_1 M_{2m-1}$ 上的其他点 M_i ($i \neq m, i=1, \dots, 2m-1$)根据式(1)和下述方程计算:

$$\begin{cases} R_2(3) - r_{M_m} - \tan \theta \cdot \\ [\sqrt{R_2(1)^2 + R_2(2)^2} - L_{M_m}] = 0 \\ r_{M_i} - R_2(3) = 0 \\ f_{2s}(\varphi_s, u_s, \theta_s) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中 r_{M_i} 是接触点 M_i 的齿高. 式(4)中第1式即直线 $M_1 M_{2m-1}$ 的方程. 解方程式(4)即可解出 u_{si} , θ_{si} 和 φ_{si} . 由于小齿轮与插齿刀的齿面完全相同, 令 $u_{1i} = u_{si}$, $\theta_{1i} = \theta_{si}$ 即可得到小齿轮上的接触路径 $P_1 P_{2m-1}$.

3 小齿轮的拓扑修形齿面

上述小齿轮与插齿刀齿面完全相同, 因此小齿轮与面齿轮将是线接触, 实际应用中的齿轮传动要求是点接触, 以降低对安装误差的敏感性. 实际上这部分内容也可在面齿轮上进行.

图2表示的是在小齿轮旋转投影面上拓扑修形齿面的构造过程, a 是接触椭圆长半轴的长度, 根据啮合性能的设计要求选择. 直线 b_{11} , b_{12} (图中粗实线) 与接触路径的交点为 P_{11} , P_{12} (图中没有表示), 长度为接触点 P_{11} , P_{12} 处接触椭圆长半轴的长度 a , 并且直线 b_{11} , b_{12} 与 P_{11} , P_{12} 处接触椭圆长半轴重合, 直线 b_{11} , b_{12} 与接触点 P_i 所在的网格线交点为 P_{i3} , P_{i4} . 接触路径 $P_1 P_{2m-1}$ ($i=1, 2, 3, \dots, m$) 与两侧点 P_{i3} , P_{i4} 成区域 $A_1 A_2 A_4 A_3$, 该区域内的齿面需要精确设计, 而该区域外的齿面则可以看作区域 $A_1 A_2 A_4 A_3$ 的延伸. 接触路径 $P_1 P_{2m-1}$ 上的点的齿面修形量为零, 即在理论齿面上. 而 b_{11} , b_{12} 与网格线的交点 P_{i3} , P_{i4} 处的齿面修形量为 δ (δ 一般取 0.00635 mm), 即弹性变形量. 因为小齿轮与插齿刀完全相同, 与面齿轮为线接触, 接触椭圆长轴为无穷大, 即沿接触椭圆长轴上的弹性变形是相同的, 因此 P_{i3} , P_{i4} 处齿面的修形量等于此处的弹性变形 δ . 最后用修形曲线替代直线 $P_{i3} P_{i4}$, 构成新设计的小齿轮拓扑修形齿面.

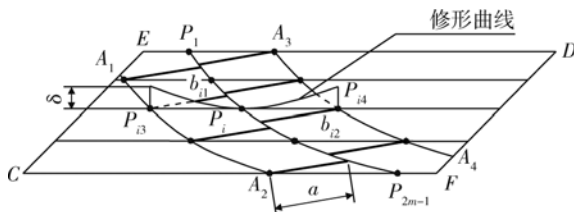


图2 小齿轮拓扑修形齿面构造

Fig. 2 Modifying ease-off topology flank of pinion

由于小齿轮与插齿刀完全相同, 此处的 P_{i3} , P_{i4} 依然可以通过插齿刀确定, 首先计算插齿刀、面齿轮的主曲率与主方向, 然后将插齿刀看作小齿轮, 在面齿轮坐标系 S_2 中计算任意接触点的接触椭圆长轴及其方向, 可以证明接触椭圆长轴非常大甚至无穷大. 设在小齿轮上任意接触点的接

触椭圆长轴方向向量为 e_s , 则 P_{i3} , P_{i4} 的坐标可按式(5)所示算法求解.

任意接触点 P_k 接触椭圆长轴上与接触点 P_k 的距离为 a 的点的位置矢量如式(5)第1式所示, 式中 $\pm$ 分别对应点 P_{i3} 和 P_{i4} , 由于这两点要位于 P_i 所在的网格线上, 即式(5)中的第2式, 该接触点 P_k 位于预设接触路径上且对应面齿轮上的点, 即式(5)中的第3和第4式. 设任意接触点 P_k 处插齿刀的法矢为 n_{sk} , 则小齿轮在 P_{i3} 和 P_{i4} 处的齿面位置矢量如式(6)所示. 式(6)的减号表示法矢方向由轮齿外侧指向内侧.

$$\begin{cases} \mathbf{R}_a(u_s, \theta_s) = \mathbf{R}_s(u_s, \theta_s) \pm a \cdot \mathbf{e}_s \\ r_{M_i} - \sqrt{R_a(1)^2 + R_a(2)^2} = 0 \\ R_2(3) - r_{M_m} - \tan \theta \cdot \\ [\sqrt{R_2(1)^2 + R_2(2)^2} - L_{M_m}] = 0 \\ f_{2s}(\varphi_s, u_s, \theta_s) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

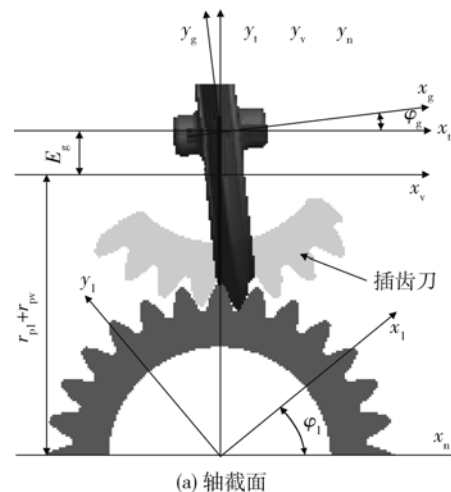
$$\mathbf{R}_{1i3, 1i4}(\theta_i, u_i) = \mathbf{R}_{si3, si4}(\theta_s, u_s) - \delta \cdot \mathbf{n}_{sk} \quad (6)$$

4 小齿轮的加工

4.1 小齿轮加工原理

由上述推导可知接触路径 $P_1 P_{2m-1}$ 上的点在理论齿面上, 在轴截面上的投影为一标准的渐开线. 而接触路径两侧的点 P_{i3} , P_{i4} 位于拓扑修形齿面上, 由图2可以看出顶点 C , D 处的齿面修形量最大, 另外两个顶点 E , F 处的齿面修形量最小, 因此采用具有渐开线齿廓的盘形砂轮磨齿加工, 如图3所示.

图3中坐标系 $S_g(x_g, y_g)$, $S_l(x_l, y_l)$, $S_v(x_v, y_v)$ 分别与盘形砂轮、小齿轮和虚拟插齿刀固联, S_n 为固定坐标系, S_v 与 $S_n(x_n, y_n)$ 间没有相对运动, $S_l(x_l, y_l)$ 与砂轮中心固联, 为辅助坐标系.



(a) 轴截面

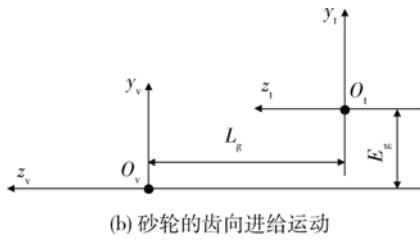


图3 小齿轮加工坐标系

Fig. 3 Coordinate system for generation of pinion

r_{p1}, r_{pv} 分别为小齿轮和虚拟插齿刀的分度圆半径. 图3所示为某一瞬时各轮的转动状态. 砂轮的齿廓由虚拟插齿刀的齿廓确定, 即在 $x_g y_g$ 平面内砂轮的工作齿面的截面与虚拟插齿刀的轴截面轮齿齿廓相同. 考虑到具有渐开线的砂轮与小齿轮为点接触, 在加工过程中磨损较快, 因此采用大直径砂轮, 减小砂轮磨损的速度. 从而虚拟插齿刀的齿数多于小齿轮的齿数才能定义砂轮的工作齿面.

小齿轮绕其自身轴线 z_1 旋转 φ_1 , 砂轮绕轴线 z_i 旋转 φ_g , 转速之比为小齿轮与虚拟插齿刀的齿数之比, 这两个运动即构成小齿轮加工的展成运动. 砂轮绕其自身轴线 x_g 做切削运动. 砂轮中心做与虚拟插齿刀轴线平行的直线运动 L_g , 为进给运动. 这样加工的小齿轮仅具有理论齿面, 不能满足啮合性能的设计要求. 为了能够加工出由图2所示构造的小齿轮拓扑修形齿面, 砂轮中心还必须在 $y_v z_v$ 平面内做抛物线运动 E_g , 砂轮中心在 y_v 方向的偏移量或该抛物线的参数由小齿轮齿面上的点 P_{i3}, P_i 和 P_{i4} 处的修形量确定. 因此有 $2i-1$ 条不同的抛物线, 最后将这些抛物线的参数拟合为旋转 φ_g 的转角函数.

4.2 小齿轮齿面方程

由图3可知通过将插齿刀的轴截面齿廓绕 x_v 旋转(此时 $E_g=0$)可得砂轮的工作齿面, 设砂轮工作齿面的位矢和法矢分别为 $\mathbf{R}_g(\theta_g, \theta_v)$, $\mathbf{n}_g(\theta_g, \theta_v)$, 其中 θ_g, θ_v 为其曲面参数.

小齿轮加工的坐标系如图3所示. 设 E_g 的表达式如下:

$$E_g = c_1 + c_2 \cdot L_g + c_3 \cdot L_g^2 \quad (7)$$

其中 c_1, c_2 和 c_3 待确定, 并且可表示为

$$\begin{cases} c_1 = \\ q_{11} + q_{12} \cdot \varphi_g + q_{13} \cdot \varphi_g^2 + \cdots + q_{12m-1} \cdot \varphi_g^{2m-2} \\ c_2 = \\ q_{21} + q_{22} \cdot \varphi_g + q_{23} \cdot \varphi_g^2 + \cdots + q_{22m-1} \cdot \varphi_g^{2m-2} \\ c_3 = \\ q_{31} + q_{32} \cdot \varphi_g + q_{33} \cdot \varphi_g^2 + \cdots + q_{32m-1} \cdot \varphi_g^{2m-2} \end{cases} \quad (8)$$

式中 $q_{ji} (j=1, 2, 3; i=1, \dots, 2m-1)$ 待确定, 本文采用多项式拟合确定, 若要提高精度, 也可用最小二乘法. 通过坐标变换导出小齿轮的齿面位矢为

$$\mathbf{R}_i(\theta_g, \theta_v, L_g, \varphi_g) = \mathbf{M}_{in}(\varphi_1) \cdot \mathbf{M}_{nv}(r_{p1} + r_{pv}) \cdot \mathbf{M}_{vt}(E_g, L_g) \cdot \mathbf{M}_{ig}(\varphi_g) \cdot \mathbf{R}_g(\theta_g, \theta_v) \quad (9)$$

式中 $\varphi_1 = \varphi_g \cdot N_v / N_1$, 其中 N_v, N_1 分别为虚拟插齿刀和小齿轮的齿数, $\mathbf{M}_{in}, \mathbf{M}_{nv}, \mathbf{M}_{vt}, \mathbf{M}_{ig}$ 是坐标变换矩阵. 运动参数 L_g 和 φ_g 相互独立, 因此啮合方程如下:

$$\begin{cases} f_{g11} = \mathbf{n}_g(\theta_g, \theta_v) \cdot \mathbf{v}_{g11}^g(L_g) = 0 \\ f_{g12} = \mathbf{n}_g(\theta_g, \theta_v) \cdot \mathbf{v}_{g12}^g(\varphi_g) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

式中 $\mathbf{v}_{g11}^g, \mathbf{v}_{g12}^g$ 分别是与 L_g, φ_g 有关的表示在坐标系 S_g 中的砂轮和小齿轮的相对速度. 由啮合方程式(10)的第1式可以导出 $\theta_g = f_{g11}(L_g)$; 由啮合方程式(10)的第2式可以导出 $\theta_v = f_{g12}(\varphi_g)$. 小齿轮法矢为

$$\mathbf{n}_i(\theta_g, \theta_v, L_g, \varphi_g) = \mathbf{L}_{ig}(\varphi_g, L_g) \cdot \mathbf{n}_g(\theta_g, \theta_v) \quad (11)$$

式中 $\mathbf{L}_{ig}$ 是坐标变换矩阵, 由 $\mathbf{M}_{in}, \mathbf{M}_{nv}, \mathbf{M}_{vt}, \mathbf{M}_{ig}$ 删除最后一行和最后一列相乘得到.

4.3 确定系数 c_j, q_{jk}

据上述可知已由式(6)确定了小齿轮齿面在点 P_{i3} 和 P_{i4} 处的齿面坐标, 且 P_i 位于理论齿面上. 由式(9)确定的小齿轮齿面方程包含未知数 $c_{1i} \sim c_{3i}$, 式(9)表示的小齿轮齿面必须过 P_{i3}, P_{i4} 和 P_i , 则有如下方程:

$$\begin{cases} \mathbf{R}_i(\varphi_{1gi}, L_{1gi}, c_{1i}, c_{2i}, c_{3i}) = \mathbf{R}_{i3} \\ \mathbf{R}_i(\varphi_{2gi}, L_{2gi}, c_{1i}, c_{2i}, c_{3i}) = \mathbf{R}_{i4} \\ \mathbf{R}_i(\varphi_{3gi}, L_{3gi}, c_{1i}, c_{2i}, c_{3i}) = \mathbf{R}_{ii} \end{cases} \quad (12)$$

式中 $\varphi_{1gi} \sim \varphi_{3gi}, L_{1gi} \sim L_{3gi}$ 是点 P_{i3}, P_i 和 P_{i4} 处的齿面参数. 式(12)中3个矢量方程每个有3个分量, 共9个方程和9个未知数, 因此 $c_{1i} \sim c_{3i}$ 具有唯一解.

为了确定 q_{ji} , 例如对于 c_j , 由式(12)求解出了 c_{ji} , 而要求解 q_{ji} , 可建立如下线性方程:

$$\begin{bmatrix} c_{j1} \\ \vdots \\ c_{j2m-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{j1} & & \\ & \ddots & \\ & & q_{j2m-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{2g1}^0 \\ \vdots \\ \varphi_{2g2m-1}^{2m-2} \end{bmatrix} \quad (13)$$

由于 φ_{2gi} 是点 P_i 处齿面(即理论齿面)的参数, 与 φ_{1gi} 和 φ_{3gi} 相比, 误差较小, 因此用 φ_{2gi} 求解多项式系数 q_{ji} 更可取, 实际上在本文的下述计算实例中, 取 φ_{1gi} 和 φ_{3gi} 都使式(13)求解不收敛.

5 齿面接触分析

已经有很多文献介绍了齿面接触分析原理, 本文不再介绍, 至于本文面齿轮传动的齿面接触分析所采用的坐标系可以参考文献[1]. 但需要说明的是 TCA 初值是已经确定了的. 面齿轮的初值是接触点 M_m 处的值, 即式(3)的解, 记为 $(u_{s0}, \theta_{s0}, \varphi_{s0})$. 由于小齿轮在接触点 P_i 处的齿面与插齿刀相同, 因此有 $(L_{g0} = u_{s0}, \theta_{v0} = \theta_{s0})$, 并且当两轮在固定坐标系的转角为 $(\Phi_{10} = \varphi_{s0}, \Phi_{20} = \varphi_{20})$ 时的接触点是 M_m . Φ_1, Φ_2 分别是小齿轮和面齿轮在固定坐标系的转角. 将这些初值代入 TCA 方程, 精度在 $10^{-4} \sim 10^{-5}$ 范围内, 基本满足 TCA 方程求解精度.

6 计算实例

齿轮主动设计主要是为了控制传动误差和接触印痕(接触路径的方向和接触椭圆长轴的长度). 传动误差是影响齿轮传动动态性能、齿面接触质量和振动的重要因素. 二次抛物线传动误差可以吸收装配误差引起的线性误差^[13], 并保持误差曲线的形状不变, 因此通常将传动误差设计为抛物线, 但是有些情况下, 传动误差会设计为高阶函数^[14]. 接触印痕的形状、大小和位置对齿轮的平稳运转、使用寿命和噪声有重要影响. 例如接触路径的方向可以决定齿轮重合度的大小^[15], 而接触椭圆长轴的长度会对齿轮的润滑、齿面接触应力、齿根弯曲应力等产生影响, 因此获得合适的接触印痕是齿面设计的重要任务. 接触椭圆长轴的长度一般取 0.3~0.4 倍的齿宽. 下文将通过两个计算实例来说明本文方法的应用.

6.1 实例 1

预设面齿轮传动的啮合性能为: 接触路径方向 $\theta = 20^\circ$; 接触椭圆长轴长度 $2a = 0.3 \cdot (L_2 - L_1) = 24 \text{ mm}$; 传动误差参数为 $(a_1 = -0.004; a_2, a_3 \dots, a_{n-1} = 0)$. 面齿轮传动的基本参数如表 1 所示.

预设的传动误差和接触印痕如图 4 和图 5 所示. 由图 4 和图 5 可以看出预设的传动误差和接触印痕几乎分别和 TCA 仿真的传动误差和接触印痕重合. 这里的参考点 M_m 位于面齿轮的中央即 $r_{M_m} = r_{ps}$, $L_{M_m} = (L_2 + L_1)/2$. r_{ps} 是插齿刀分度圆的半径. 接触椭圆长轴的长度与预设长度的最大误差为 $2 \times 1.0787 \text{ mm}$, 位于面齿轮的齿根; 最小误差为 $2 \times 0.1752 \text{ mm}$, 位于面齿轮的齿顶. 这

些结果表明采用上述方法设计的面齿轮传动很好地满足了预设啮合性能的要求.

表 1 面齿轮传动的基本参数

Table 1 Basic parameters of face gear drive

参数	数值
小齿轮齿数 N_1	28
插齿刀齿数 N_s	28
虚拟插齿刀齿数 N_v	80
面齿轮齿数 N_2	160
压力角 $\alpha_n / (^\circ)$	25
模数 m / mm	6.35
轴夹角 $\gamma_m / (^\circ)$	90
面齿轮内径 L_1 / mm	480
面齿轮外径 L_2 / mm	560

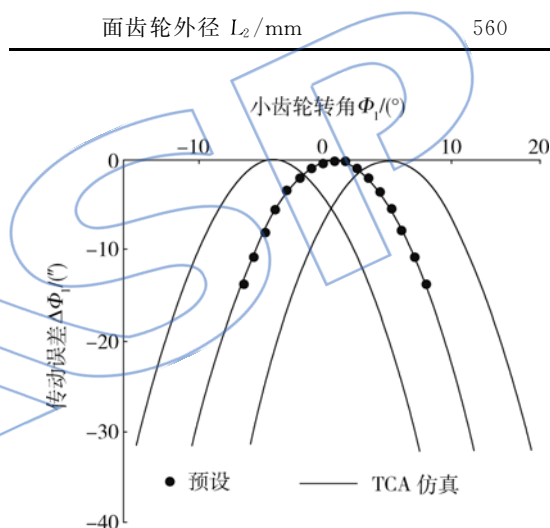


图 4 面齿轮副的传动误差(算例 1)

Fig. 4 Transmission errors of face gear pair (case 1)

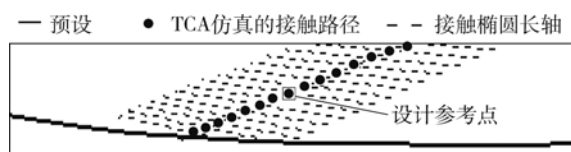


图 5 面齿轮传动接触印痕(算例 1)

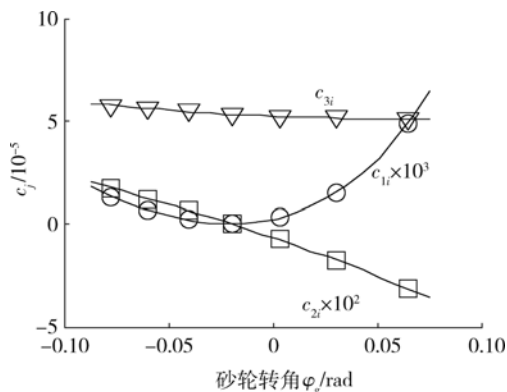
Fig. 5 Contact trace of face gear drive (case 1)

小齿轮的加工规律可用 q_{jk} 表示, q_{jk} 各个元素如表 2 所示, 其中 $m=4$. 小齿轮加工参数 c_j 的拟合精度如图 6 所示, 其中标记 $\nabla, \circ, \square$ 分别为 c_{3i}, c_{1i} 和 c_{2i} 的数据点, 细实线是各自的拟合曲线, 这些拟合曲线都通过了对应的数据点, 拟合精度较高, 因此采用式(6)的拟合方法即可确定小齿轮的加工参数 c_j .

图 7 是面齿轮拓扑修形齿面的修形量, 从图中可以看出在面齿轮内端的齿根处(不包括过渡

表2 小齿轮加工参数 c_j 的多项式系数 q_{jk} Table 2 Polynomial coefficients q_{jk} of machining parameters c_j of pinion

j	k						
	1	2	3	4	5	6	7
1	-98.9053	29.1665	52.5185	21.8077	6.0819	0.2170	0.0021
2	3.0994	0.3150	-0.0279	-0.1789	-0.0528	-0.0343	-0.0007
3	0.0034	-0.0047	0.0003	-0.0002	0.0003	-0.0000	0.0001

图6 小齿轮加工参数 c_j 的拟合Fig. 6 Fitting of machining parameters c_j of pinion

曲面)和外端的齿顶处有最大齿面修形量,因此修形量既有沿齿高方向的变化,也有沿齿宽方向的变化,使得面齿轮拓扑修形齿面变得更加复杂。尽管面齿轮拓扑修形齿面较复杂,根据前文可知在面齿轮的加工过程中,用式(1)的运动规律,即可加工出这种拓扑修形齿面。图8是小齿轮拓扑修形齿面的修形量,在小齿轮左端齿根处和右端的齿顶处有最大齿面修形量,小齿轮的这种拓扑修形齿面由式(9)确定。

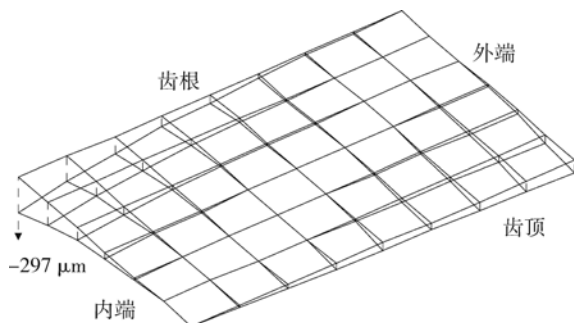


图7 面齿轮拓扑修形齿面的修形量

Fig. 7 Modified stock of ease-off topology flank of face gear

修形量的计算方法是:理论齿面的位矢减拓扑修形齿面的位矢之差点乘理论齿面的法矢,修形量为负值,则说明是在具有理论齿面的轮齿上

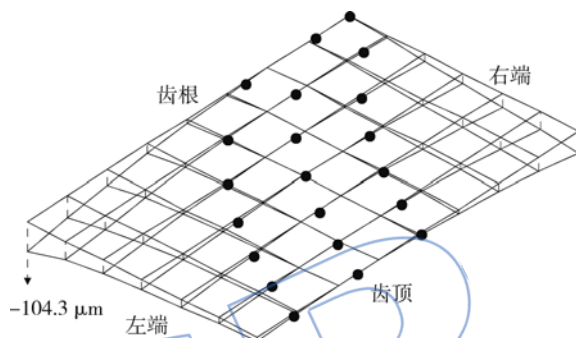


图8 小齿轮拓扑修形齿面的修形量

Fig. 8 Modified stock of ease-off topology flank of pinion

去除材料。

总之,面齿轮拓扑修形齿面的修形量由预设的传动误差和选定的参考点 M_m 决定。而小齿轮拓扑修形齿面的修形量由参考点 M_m 、接触路径方向 θ 、接触椭圆长半轴长度 a 和弹性变形量 δ 决定。

6.2 实例2

实例1是用本文的主动设计方法设计抛物线传动误差,本文的主动设计方法还可用来设计高阶传动误差,如本实例中4阶传动误差的设计。

预设面齿轮传动的啮合性能为:接触路径方向 $\theta=13^\circ$;接触椭圆长轴长度 $2a=0.4 \cdot (L_2 - L_1)=32 \text{ mm}$;传动误差参数为($a_1=0.001$; $a_2=0$; $a_3=-0.04$; $a_4, a_5, \dots, a_{n-1}=0$)。其他参数与表1相同。

预设的传动误差和接触印痕如图9和图10所示。由图9和图10可以看出预设的啮合性能与TCA仿真结果几乎相同。这里的参考点 M_m 的坐标是 $L_{M_m}=530 \text{ mm}$, $r_{M_m}=89.6 \text{ mm}$ 。接触椭圆长轴长度与预设长度的最大误差为 $2 \times 1.16 \text{ mm}$,位于面齿轮的齿根;最小误差为 $2 \times 0.54 \text{ mm}$,位于面齿轮的齿顶。这些结果与预设啮合性能基本一致。

需要说明的是由于面齿轮齿面结构的特殊性,接触路径的方向不能任意设置,推荐的范围是

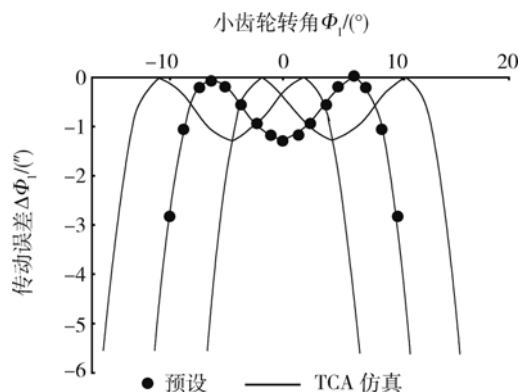


图9 面齿轮副的传动误差(算例2)

Fig. 9 Transmission errors of face gear pair (case 2)

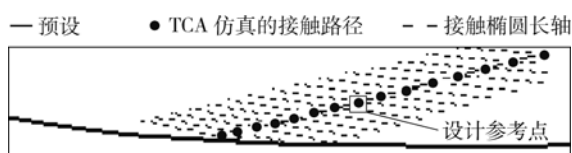


图10 面齿轮传动接触印痕(算例2)

Fig. 10 Contact path and ellipse of face gear drive (case 2)

$13^\circ \leq \theta \leq 150^\circ$. 当 $150^\circ < \theta$ 时接触点的数量急剧减少, 当 $\theta < 13^\circ$ 时, 接触路径的求解不收敛。

7 结 论

1) 基于构造拓扑修形齿面的方法, 提出了面齿轮传动的主动设计, 因此齿面设计、啮合性能的改善不再局限于局部综合法或基于局部综合法的主动设计, 以及齿面修形技术。

2) 由于小齿轮拓扑修形齿面的对角修形量最大, 即拓扑修形齿面构造的特殊性, 采用点接触法磨齿加工, 论述了该齿面的加工原理, 确定了小齿轮拓扑修形齿面的加工参数。为圆柱齿轮的设计与加工提供了新的思路, 这种加工方法可以制造有对角修形的圆柱齿轮。

3) 通过计算实例, 可以看出主动设计后的面齿轮传动啮合特性与预先给定的啮合性能非常吻合, 说明了用预先给定的啮合性能重新设计小齿轮、面齿轮齿面以及改善面齿轮传动啮合性能的优势。需要指出的是: 该方法可以主动和定量地控制接触椭圆长度, 接触路径的位置、方向和传动误差。

参考文献:

[1] Litvin F L. Gear geometry and applied theory[M]. 2nd ed. New York: Cambridge University Press, 2004: 508-546.
[2] Litvin F L, Egelja A, Tan J, et al. Handbook on face gear drives with a spur involute pinion[R]. NASA/CR-2000-

209909, 2000.

- [3] Litvin F L, Fuentes A. Face gear drive with helical involute pinion: geometry, generation by a shaper and a worm, avoidance of singularities and stress analysis[R]. NASA/CR-2005-213443, 2005.
[4] Zanzi C, Pedrero J I. Application of modified geometry of face gear drive[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005, 194(27/28/29): 3047-3066.
[5] Litvin F L, Fuentes A, Zanzi C. Design, generation and stress analysis of two version of geometry of face gear drives[J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(10): 1179-1211.
[6] Litvin F L, ZHANG Yi. Local synthesis and tooth contact analysis of face milled spiral bevel gears[R]. Washington: NASA Center for Aerospace Information, Technical Report 90-C-028, 1991.
[7] Litvin F L, Gutman Y. Method of synthesis and analysis for hypoid gear-drives of "formate" and "helixform"[J]. Journal of Mechanical Design, 1981, 103(83): 2015-2021.
[8] CAO Xuemei, FANG Zongde, XU Hao, et al. Design of pinion machine tool setting for spiral bevel gears by controlling contact path and transmission errors[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2008, 21(2): 179-186.
[9] 吴训成, 毛世民, 吴序堂. 点啮合齿面主动设计研究[J]. 机械工程学报, 2000, 36(10): 70-73.
WU Xuncheng, MAO Shimin, WU Xutang. Study on the function-oriented design of point-contact tooth surfaces[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2000, 36(10): 70-73. (in Chinese)
[10] Shih Y P. A novel ease-off flank modification methodology for spiral bevel and hypoid gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(8): 1108-1124.
[11] Kolivand M, Kahraman A. An ease-off based method for loaded tooth contact analysis of hypoid gears having local and global surface deviations[J]. Journal of Mechanical Design, 2010, 132(7): 1004-1013.
[12] 彭先龙, 方宗德, 苏进展, 等. 采用碟形砂轮的面齿轮磨齿方法理论分析[J]. 航空动力学报, 2012, 27(5): 1159-1165.
PENG Xianlong, FANG Zongde, SU Jinzhan, et al. Theory analysis for application grinding disk in face gear grinding[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(5): 1159-1165. (in Chinese)
[13] Litvin F L, Seol I H, Kim D, et al. Kinematic and geometric models of gear drives[J]. Journal of Mechanical Design, 1996, 118(4): 544-550.
[14] Lee C K. Manufacturing process for a cylindrical crown gear drive with a controllable fourth order polynomial function of transmission error[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2009, 209(1): 3-13.
[15] 邓效忠. 高重合度弧齿锥齿轮加工参数设计与重合度测定[J]. 机械工程学报, 2004, 40(6): 95-99.
DENG Xiaozhong. Design and experiment of spiral bevel gears with high contact ratio[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(6): 95-99. (in Chinese)